

文章编号: 1000-4750(2008)03-0080-05

基于弥散与分离裂缝模型的混凝土开裂比较研究

*龙渝川^{1,2}, 张楚汉¹, 周元德³

(1. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084; 2. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 3. 香港大学土木工程系, 香港)

摘 要: 裂缝扩展是影响混凝土结构非线性响应的重要因素, 其扩展深度与张开位移是评价结构安全性的重要指标。基于弥散裂缝框架, 该文建立了等效裂缝张开位移与损伤因子、断裂带宽度之间的函数关系。分别采用弥散、分离两类裂缝模型模拟 I 型断裂和 I-II 混合型断裂试验, 二者在结构承载力、裂缝扩展和裂缝张开位移方面均获得了基本一致的结果。数值算例表明弥散裂缝模型与分离裂缝模型计算精度接近但其效率更高。

关键词: 混凝土断裂力学; 弥散裂缝模型; 分离裂缝模型; 裂缝张开位移; 等效裂缝张开位移

中图分类号: TU528 **文献标识码:** A

A COMPARATIVE STUDY FOR CONCRETE FRACTURE ANALYSIS USING SMEARED-AND DISCRETE-CRACK MODEL

*LONG Yu-chuan^{1,2}, ZHANG Chu-han¹, ZHOU Yuan-de³

(1. State Key Laboratory of Hydrosience and Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China;

3. Department of Civil Engineering, University of Hong Kong, Hong Kong, China)

Abstract: Crack propagation is one of the key issues for simulating nonlinear behavior and evaluating safety of concrete structures. The equivalent crack opening displacement of smeared damage-fracture model is formulated with damage parameter and crack band width. Mode I and mixed-mode fracture tests of concrete beams are analyzed using smeared and discrete crack models. The numerical results of smeared crack model, including load-carrying capacity, crack propagating depth and equivalent crack opening displacement, are consistent with those obtained using the discrete one. The comparative study shows that these two models have almost identical accuracy in evaluating both macro-scale and meso-scale structural information, but the smeared crack model has higher computation efficiency than the discrete one.

Key words: concrete fracture mechanics; smeared crack model; discrete crack model; crack opening displacement; equivalent crack opening displacement

分离裂缝和弥散裂缝模型是模拟混凝土开裂行为的两类数值模型。分离裂缝模型通过在开裂位置设置界面单元描述裂缝形成的非连续位移场。引入过程区与断裂能概念, 该模型可以准确地描述断裂过程的能量释放, 较好地模拟结构尺寸效应, 因而被广泛应用于分析诸如叠层材料分离^[1]等开裂路

径已知的力学问题。当开裂路径未知时, Ingraffea A R 等^[2]基于调整裂尖局部网格模拟裂缝扩展路径, 发展了自动重划分网格的有限元分析方法。基于网格重划分技术, Carter B J^[3]等研究了三维裂缝扩展的自动模拟, Ural A^[4]等将并行计算方法引入三维裂缝有限元分析。近年, Belytschko T 等^[5]基于单位

收稿日期: 2006-08-01; 修改日期: 2006-10-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90510018); 973 项目(2002CB412709)

作者简介: *龙渝川(1980—), 男, 重庆人, 讲师, 博士生, 从事大体积混凝土动力损伤研究(E-mail: longyc02@mails.tsinghua.edu.cn);

张楚汉(1933—), 男, 广东人, 教授, 中国科学院院士, 从事高坝计算力学研究(E-mail: zch-dhh@tsinghua.edu.cn);

周元德(1975—), 男, 广东人, 研究助理, 博士, 从事计算力学研究(E-mail: zhouyuande@gmail.com).

分解概念在位移形函数中嵌入表征裂缝的非连续函数,从而避免了裂尖网格的重新调整。

弥散裂缝模型用非弹性开裂应变等效模拟裂缝,通过调整材料软化本构关系,满足断裂能守恒准则。周元德^[6-7]等基于全量表达的弥散裂缝模型研究了混凝土结构的开裂过程,给出了承载力与损伤分布。近年来,Wells G N^[8]等基于有限元形函数的单位分解性质将弥散、分离两类裂缝模型统一为断裂力学模型,模拟了单边切口试件从微裂缝衍生到宏观裂缝扩展的全过程。

虽然分离裂缝模型能够直接描述裂缝张开位移(COD)等结构细部行为,但网格重划分或非连续位移函数的引入均降低了计算效率。而基于弥散裂缝概念的损伤断裂力学模型能自动确定裂缝起裂、扩展的完整信息,较前者具有更高的计算效率,所以被广泛应用于诸如大体积混凝土动力损伤断裂研究^[9]。然而后者一般给出结构承载力与损伤分布,不能直接反映裂缝张开位移(COD)这一结构安全评价的重要指标。基于此,本文建立了弥散类型损伤断裂力学模型的等效裂缝张开位移(ECOD)与损伤因子、断裂带宽度的函数关系,以模拟裂缝扩展,反映结构细部行为。

1 裂缝开度与开裂应变关系

引入断裂能概念的分离与弥散裂缝模型,均假设裂缝前端存在断裂过程区,前者是宽度为零的线状虚拟裂缝,而后者是宽度为 l_{ch} 的微裂缝带。分离裂缝模型中,断裂过程区一点应力随该点裂缝张开位移(COD)增加而减小,如图1所示。

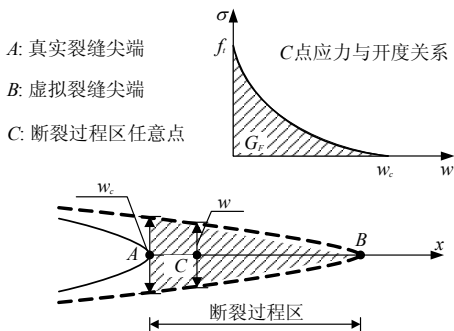


图1 分离裂缝模型粘聚力与COD关系
Fig.1 Relation of cohesive traction and COD for discrete crack model

图1中 G_F 为裂缝扩展单位面积释放的断裂能, σ 为应力, w 为COD, w_c 是 $\sigma=0$ 时的临界COD。弥散裂缝模型假设微裂缝沿断裂区宽度 l_{ch} 均

匀分布,如图2,积分得到等效裂缝张开位移 w :

$$w = \int_0^{l_{ch}} \varepsilon_c dy = l_{ch} \varepsilon_c \quad (1)$$

式中: ε_c 是开裂应变; y 为裂缝法向坐标。此时弥散裂缝模型的 G_F 为:

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma(w) dw = l_{ch} g_f, \quad g_f = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma(\varepsilon_c) d\varepsilon_c \quad (2)$$

式中: $\varepsilon_f = w_c / l_{ch}$ 为混凝土极限开裂应变。数值计算中,混凝土开裂常发生在一层单元内,因此裂缝带宽度 l_{ch} 与网格尺寸 l 相关。通过调整断裂能密度 g_f ,保证断裂带扩展单位面积释放的能量 G_F 恒定,弥散与分离裂缝模型计算结果基本一致。

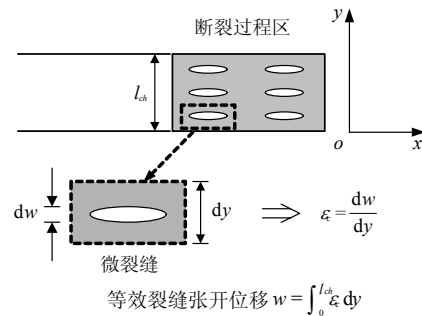


图2 弥散裂缝模型等效裂缝张开位移
Fig.2 Equivalent crack opening displacement for smeared crack model

2 等效裂缝张开位移

弥散类型损伤断裂模型假设开裂后裂缝法向的单元总应变 ε 由弹性应变 ε_e 和非弹性开裂应变 ε_c 构成,即 $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_c$ 。基于应变分解假设,等效裂缝张开位移(ECOD)可以由式(1)获得。此时需要确定混凝土单元断裂带宽度 h 。本文针对二维等参单元1234(图3),建议沿等效裂缝扩展方向的断裂带宽度 h_i 与该点单元特征尺寸 l_i 满足:

$$h_i = l_i \cos \theta_i \quad (3)$$

式中 θ_i ($\theta_i < 45^\circ$)为 l_i 与裂缝法向夹角。图3中,沿

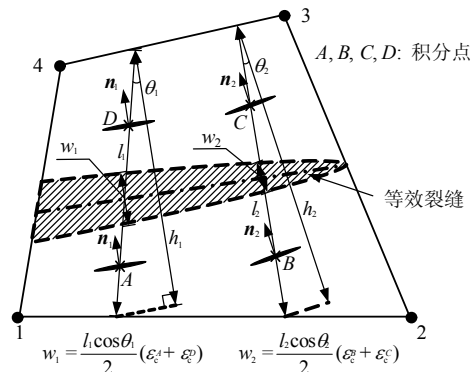


图3 二维问题断裂带宽度
Fig.3 Crack band width for 2-D problems

裂缝扩展方向的断裂带宽度 h_1 、 h_2 分别由积分点对 (A, D) 和 (B, C) 确定。

非弹性开裂应变的分解，不同的损伤断裂模型处理方式略有差异。

2.1 各向同性损伤断裂模型

对于标量损伤模型，基于连续介质损伤力学，损伤因子 d 与应力张量 σ 、总应变张量 ε 之间满足：

$$\sigma = (1-d)D_e : \varepsilon \quad (4)$$

式中 D_e 是线弹性刚度张量。非弹性应变张量 ε_{in} ：

$$\varepsilon_{in} = \varepsilon - \varepsilon_e = \varepsilon - D_e^{-1} : \sigma = d\varepsilon \quad (5)$$

ε_{in} 的第一主应变 ε_{in}^{max} 即为开裂应变，其对应方向为裂缝法向。由此等效裂缝张开位移 w 满足：

$$w = h\varepsilon_{in}^{max} = hd\varepsilon^{max} \quad (6)$$

其中 ε^{max} 为总应变张量 ε 的第一主应变分量。

2.2 各向异性损伤断裂模型

常用的混凝土各向异性损伤断裂力学模型包括固定裂缝模型和旋转裂缝模型等。基于文献[6]中全量描述的旋转裂缝模型本构关系，应力 σ 与总应变 ε 满足：

$$\sigma = (C_e + TGT^T)^{-1} \varepsilon \quad (7)$$

式中： C_e 是弹性柔度矩阵； G 是裂缝法向局部坐标系下开裂应变 e_{cr} 与力向量 s 之间的柔度矩阵； T 是坐标转换矩阵。而局部坐标系下开裂应变 e_{cr} 满足：

$$e_{cr} = GT^T(C_e + TGT^T)^{-1} \varepsilon \quad (8)$$

对于二维仅考虑一条裂缝的情况：

$$G = \begin{bmatrix} (1-\mu)/\mu E & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

在主应变局部坐标系下，应力应变满足：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\mu\nu^2} \begin{bmatrix} \mu & \mu\nu \\ \mu\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

式中： σ_1 、 σ_2 是主应变局部坐标下应力； ε_1 、 ε_2 是主应变； E 是弹性模量， ν 是泊松比； μ 是开裂方向上的损伤折减系数($\mu=1$ ，未开裂； $\mu=0$ ，完全开裂)。经推导可得开裂方向(ε_1 方向)的等效裂缝张开位移 w 为：

$$w = \frac{(1-\mu)h}{1-\mu\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) \quad (11)$$

3 混凝土梁构件数值模拟

为比较弥散与分离两类裂缝模型描述结构细部信息的异同，本文选取 Lee^[9] 标量损伤模型和 Alfano^[11] 界面粘聚单元模型，分别对 Petersson^[10] 三

点弯曲切口梁试验和 Arrea^[11] 单切口弯剪梁试验进行模拟，并对二者计算结果进行比较分析。

3.1 Petersson 三点弯曲切口梁试验

Petersson 切口梁试验如图 4 所示：

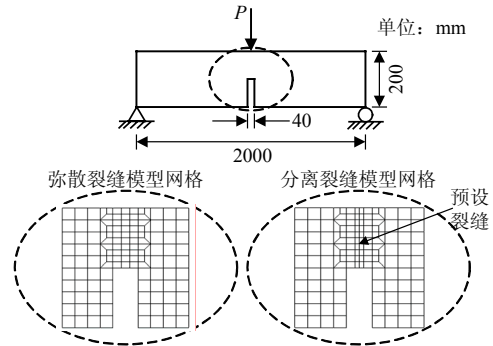


图 4 三点弯曲切口梁试验

Fig.4 Notched beam under 3-point bending

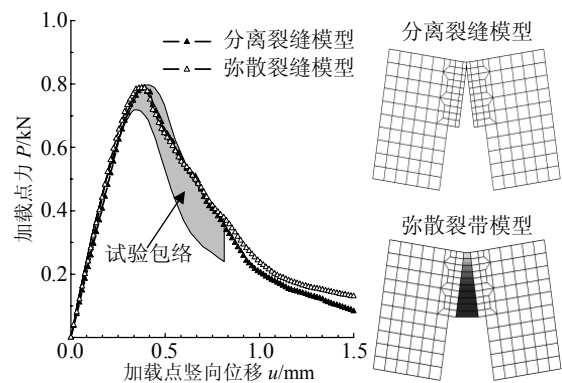
梁尺寸为 2000 mm × 200 mm × 50 mm，切口宽度 40 mm，深度 100 mm。混凝土材料计算参数：弹性模量 $E=30\text{GPa}$ ，泊松比 $\nu=0.2$ ，抗拉强度 $f_t=3.3\text{MPa}$ ，断裂能 $G_F=124\text{N/m}$ 。混凝土软化曲线采用 Petersson 双线性软化曲线，应力 σ 与混凝土开裂应变 ε_c 满足：

$$\sigma = \begin{cases} f_t(1-3\varepsilon_c/\varepsilon_f), & 0 < \varepsilon_c < 2\varepsilon_f/9 \\ \frac{3}{7}f_t(1-\varepsilon_c/\varepsilon_f), & 2\varepsilon_f/9 \leq \varepsilon_c < \varepsilon_f \end{cases} \quad (12)$$

式中： $\varepsilon_f=3.6(G_F/f_t h)$ 是混凝土极限应变； h 为断裂带宽度。

分离裂缝模型预先设定了混凝土梁的破坏形式，为保证弥散裂缝模型形成相同的破坏形式，本文仅允许切口处中间一层单元发生软化，两侧相邻单元保持线弹性。

图 5、图 6 分别给出两类裂缝模型获得的荷载 P -加载点位移 u 曲线、破坏模式、荷载 P -切口张开位移 CMOD 关系以及不同加载时刻切口裂缝扩展与张开位移曲线。



(a) P - u 曲线及破坏模式(放大 100 倍)

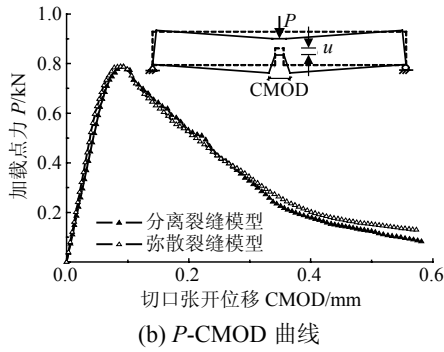


图 5 切口梁试验总体响应

Fig.5 Structural response of notched beam

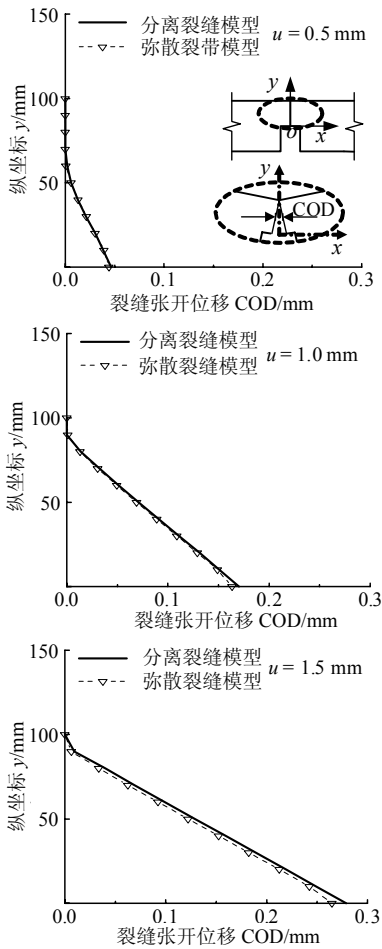


图 6 裂缝扩展及 COD($u=0.5\text{mm}, 1.0, 1.5\text{mm}$)

Fig.6 Crack propagation and COD ($u=0.5\text{mm}, 1.0\text{mm}, 1.5\text{mm}$)

3.2 拉剪混合破坏切口梁试验

Arrea 等进行的单边切口梁试验如图 7 所示, 混凝土参数: 弹性模量 $E=24.8\text{GPa}$, 泊松比 $\nu=0.18$, 抗拉强度 $f_t=2.8\text{MPa}$, 断裂能 $G_F=100\text{N/m}$ 。软化曲线采用式(12)确定的 Petersson 双线性形式。图 8、图 9 分别给出两类裂缝模型获得的荷载 P -切口滑移位移 CMSD 曲线、破坏模式以及切口裂缝(以曲线坐标 s 代表)扩展与张开情况。

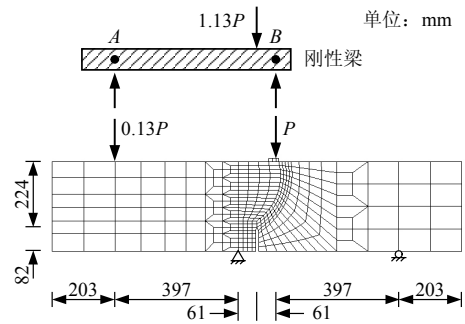


图 7 单边切口梁试验

Fig.7 Single edge notched beam test

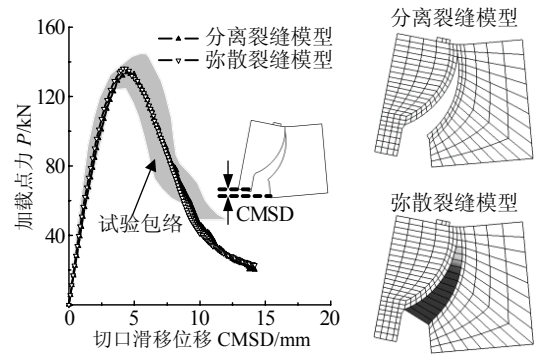


图 8 P -CMSD 曲线及破坏模式(放大 200 倍)

Fig.8 P -CMSD curve & failure mode (Amplified 200times)

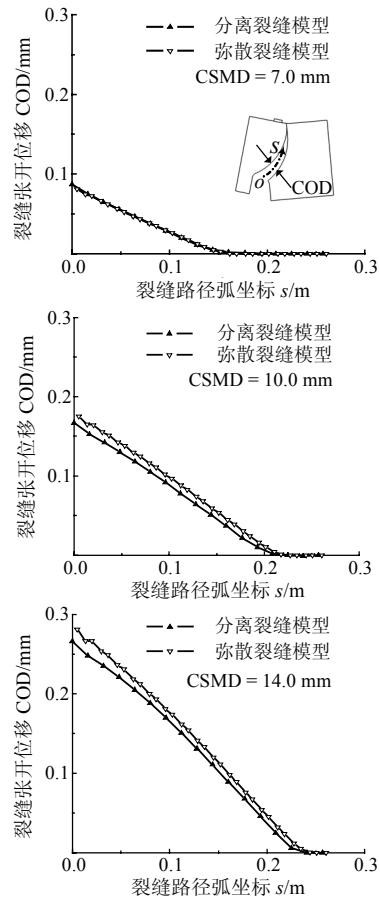


图 9 裂缝扩展及 COD(CMSD=7mm,10mm,14mm)

Fig.9 Crack propagation & COD(CMSD=7mm,10mm,14mm)

通过对 I 型断裂与 I-II 混合型断裂梁试验断裂模拟结果的比较可以看出, 弥散和分离裂缝模型不仅得到了高度吻合的总体响应即 P -CMOD、 P -CMSD 曲线, 而且二者预测的结构细部裂缝信息也基本一致, 表现为不同荷载等级下二者预测的裂尖位置基本吻合, 裂缝张开位移(COD)预测值相互接近。由此证明, 基于弥散裂缝框架同样可以获得裂缝扩展、张开位移等对结构设计影响重大的细部指标。

4 结论

本文在弥散裂缝模型框架内建立了等效裂缝张开位移(ECOD)与损伤系数、断裂带宽度之间的函数关系。通过模拟 I 型断裂和 I-II 混合型断裂试验, 弥散裂缝模型在承载力响应和裂缝扩展、张开位移等方面获得了与分离裂缝模型基本一致的结果。弥散裂缝模型无需重划分网格或嵌入非连续位移场, 因此较后者具有更高的计算效率。

参考文献:

- [1] Alfano G, Crisfield M A. Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: Mechanical and computational issues [J]. *Int J Numer Mech Engrg*, 2001, 50: 1701—1736.
- [2] Ingraffea A R, Saouma V. Numerical modeling of discrete crack propagation in reinforced concrete [C]. *Fracture Mechanics of Concrete: Structural Application and Numerical Calculation*. Martinus Nijhoff: Hingham, 1984, 171—225.
- [3] Carter B J, Wawrzynek P A, Ingraffea A R. Automated 3-D crack growth simulation [J]. *Int J Numer Meth Engrg*, 2000, 47: 229—253.
- [4] Ural A, Heber G, Wawrzynek P A, Ingraffea A R, Lewicki D G, Neto J B C. Three-dimensional, parallel, finite element simulation of fatigue crack growth in a spiral bevel pinion gear [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, 72: 1148—1170.
- [5] Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing [J]. *Int J Numer Meth Engrg*, 1999, 45: 601—620.
- [6] 周元德, 张楚汉, 金峰. 混凝土开裂的三维非线性数值模拟[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2003, 43(11): 1542—1545.
Zhou Yuande, Zhang Chuhan, Jin Feng. Three-dimensional nonlinear numerical model for concrete fracture analysis [J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2003, 43(11): 1542—1545. (in Chinese).
- [7] 周元德, 张楚汉, 金峰. 混凝土断裂的三维旋转裂缝模型研究[J]. *工程力学*, 2004, 21(5): 1—4.
Zhou Yuande, Zhang Chuhan, Jin Feng. Analysis of concrete mixed-mode fracture with three-dimensional rotating crack model [J]. *Engineering Mechanics*, 2004, 21(5): 1—4. (in Chinese)
- [8] Wells G N, Sluys L J, de Borst R. Simulating the propagation of displacement discontinuities in a regularized strain-softening medium [J]. *Int J Numer Meth Engrg*, 2002, 53: 1235—1256.
- [9] Lee J, Fenves G L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures [J]. *J of Engrg Mech*, 1998, 124(8): 892—900.
- [10] Petersson P E. Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials [R]. Report No. TVBM-1006, Division of Building Materials, University of Lund, Sweden, 1981.
- [11] Arrea M, Ingraffea A R. Mixed-mode crack propagation in mortar and concrete [R]. Report No. 81—13, Department of Structural Engineering, Cornell University, Ithaca, NY, 1982.