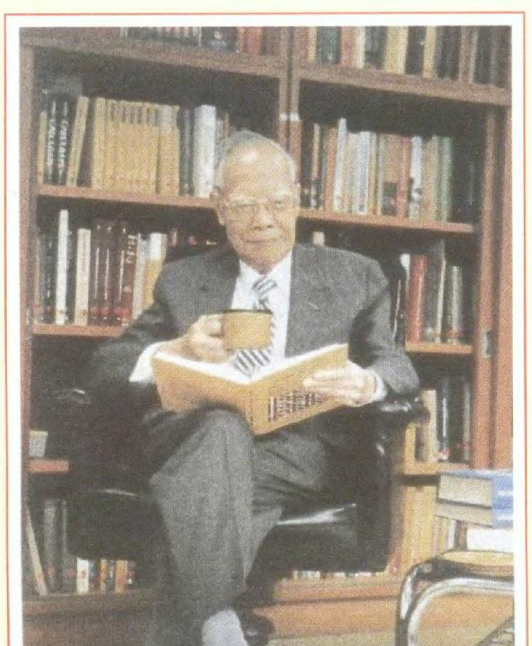
Six Decades As a Mathematician and Educator

On the 90th Birthday of Professor Yung-Chow Wong

數學教研六十年

賀黃用諏教授九秩華誕



Organizer: Department of Mathematics, The University of Hong Kong

HKMS Co-sponsor: Hong Kong Mathemaical Society

PROLOGUE

Professor Y.C. Wong is the main figure who helps to build up the Department of Mathematics of University of Hong Kong into what it is today. He served actively for near to three decades since 1948 until he officially retired in 1976 but continues to keep in close contact with the department as Emeritus Professor. Besides serving as the Head of Department in 1948-1973, he served as the Dean of Engineering in 1950-1953, and the Pro-Vice-Chancellor in 1963-1966. Professor Wong is also much involved with the groundwork of the establishment of the Chinese University of Hong Kong and served in its Council from 1964 to 1991. He is the Founding President of the Southeast Asian Mathematical Society (established in 1972) and also the Honorary President of the Hong Kong Mathematical Society which he helped to establish in 1979.

This Symposium is a tribute to the long years of contribution and services of Professor Y.C. Wong to the department, to the university, to the local community and to the discipline of mathematics. In this Symposium students, colleagues and friends of Professor Wong will give short presentations to embellish the theme of the Symposium from their various individual angles.

Programme

9:30 **Professor Lap-Chee Tsui**
Vice-Chancellor, HKU

Opening Remarks

9:40 **Professor Man-Keung Siu**
Head, Department of Mathematics, HKU

Professor Y.C. Wong - Four decades as my mentor, colleague and friend

10:00 **Professor Yik-Hoi Au-Yeung**
Honorary Research Fellow, Department of Mathematics, HKU

黃用諏教授與矩陣論

10:10 **Professor Yum-Tong Siu**
Department of Mathematics, Harvard University;
C.V. Starr Professor, HKU

Professor Y.C. Wong and the beginning of my rigorous mathematics education

10:30 *Tea*

11:15 **Professor Kung-Fu Ng**
Department of Mathematics, CUHK

黃用諏教授—眾人之榜樣

11:25 **Professor Yau-Heng Wan**
Department of Mathematics, CUHK;
General Secretary, HKMS

香港數學會展望

11:30 **Dr. Kai-Yuen Chan**

Honorary Research Associate, Department of Mathematics, HKU
(Formerly Head in the Department of Mathematics, HKU)

Reminiscences of my early years in the Department of Mathematics

11:40 **Professor Ngai-Ying Wong**

Department of Curriculum and Instruction, CUHK

香港數學之成形與開展—黃教授用諏先生對數學教育之貢獻

12:00 *Medley of Greetings from:*

Professor Kee-Yuen Lam
Department of Mathematics, University of British Columbia

Professor Tsit-Yuen Lam
Department of Mathematics, University of California at Berkeley

Professor Kin Lam
Department of Finance and Decision Sciences, HKBU

Professor Bit-Shun Tam
Department of Mathematics, Tamkang University

Professor Chi-Kwong Li
Department of Mathematics, The College of William & Mary

Professor Tin-Yau Tam
Department of Mathematics, Auburn University

Mr. Gilbert Chan
Economic and Business Technology Cluster, Ontario Government
(Formerly Technician in the Department of Mathematics, HKU)

12:25 **Professor Ngaiming Mok**

Chair, Department of Mathematics, HKU;
Director of Institute of Mathematical Research, HKU

Closing Remarks

本文原刊於《中國現代數學家傳》第五卷，程民德主編(江蘇教育出版社，2002)，160-185頁，蒙江蘇教育出版社慨允轉載，謹此致謝。

黃用諏

莫錦屏

(一)

1948 年，黃用諏教授應邀成爲香港大學在抗戰勝利後聘請的第一位數學教授，他在這個職位上一直工作到 1976 年退休。 在這 28 年裡，他擔任了多年的數學系主任，此外還擔任過工程學院的院長和學校的副校長，爲香港的高等教育起到了積極作用。黃教授作爲東南亞數學會的創始會長(Founding President of the Southeast Asian Mathematical Society)，對學會的活動保持著高度的興趣，爲推進東南亞數學家們的密切合作而從事了大量辛勤工作。爲了表彰他多年來的傑出貢獻，在 1963 年，他被授予大英帝國勳章(榮譽)。香港大學在 1968 年授予他榮譽科學博士，並在他退休之際授予他榮譽退休教授的頭銜。

(二)

黃用諏對於數學的興趣最初產生於他在中學二年級學習平面幾何之時。考入中山大學之後，他常常思考一些三角幾何的巧妙定理，並在這一方面自學自問。我們先來看看他後來在這方面所做的部分工作。

基於平面上的三角形 $\Delta A_1A_2A_3$ ，在其邊線上向外作三角形 $\Delta B_1A_2A_3$ 等。以下定理早已爲人所知：若三角形 $\Delta B_1A_2A_3$ 等均與頂角爲 120°的等腰三角形相似，則 $\Delta B_1B_2B_3$ 是等邊三角形。然而，遲至 20 世紀 30 年代，該定理及其類似定理的逆命題一直得不到人們的考慮。這可能是由於此類問題很少能夠通過傳統方法得以解決。1941 年，黃用諏利用複座標方法解決了這一難題[8]。

平面上的點 P 可以用一個複數 p 來表示，這就是點的複座標。給定兩個點 A_2 和 A_3 ，第三點 B_1 可以通過等式 $b_1=(1-r_1)a_2+r_1a_3$ 確定，其中 r_1 是一個複參變量。顯然，參數 r_1 決定了 $\Delta B_1A_2A_3$ 的形狀，反之亦然。這樣，上述定理中的幾何條件便可以轉化爲代數方程式 $f(a_1,a_2,a_3;r_1,r_2,r_3)=0$ 。借助座標幾何，整個問題就可以利用代數方法進行處理。問題的答案最初出現在下述定理之中：

基於任意三角形 $\Delta A_1A_2A_3$ 的邊，構造具有固定形狀的三角形 $\Delta B_1A_2A_3$ 等，則三角形 $\Delta B_1B_2B_3$ 與給定三角形 $\Delta C_1C_2C_3$ 相似的充分必要條件是，存在點 D 使得三角形 $\Delta B_1A_2A_3$ 等與三角形 ΔDC_3C_2 等對應相似。

在特殊情況下，當三角形 $\Delta C_1C_2C_3$ 退化爲一條線段時，該定理給出了 B_1,B_2,B_3 三點共線的條件。此外，若 D 位於 C_1,C_2,C_3 三點所確定的直線上，我們就可以得到著名的梅內勞斯(Menelaus)定理。黃用諏在其論文[8]中還獲得了另一個定理，塞瓦(Ceva)定理作爲一種特例被包含在其中。

在論文[39]中，黃用諏將此類結果推廣到了任意多邊形，並研究了它們的逆命題。

(三)

多數初等微分幾何課本都以曲線理論開章。所以，黃用諏從曲線理論著手研究微分幾何並不爲奇。事實上，他在已故著名英國微分幾何學家戴維斯(E.T. Davies)教授指導下於 1940 年完成的博士論文，便定名爲“黎曼空間的廣義螺旋線”。

設 Γ 是 n 維實歐氏空間 R^n 中的一條曲線。 R^n 中一個確定的 $m(1\le m<n)$ 維面被稱作曲線 Γ 的 m 維軸，如果它與曲線 Γ 的切線及 $n-1$ 條主法線交成常角， R^n 中的螺旋線即是一條容許 1 維軸的曲線，而 R^n 中的廣義螺旋線則是一條容許 $m(m>1)$ 維軸的曲線。黎曼空間中的螺旋線與廣義螺旋線以相似的方式被定義。通過推廣塞普塔克(M. Syptak, 1932, 1934)的有關結論，黃用諏在其論文[6,7]中，分類描述了所有容許 2 維軸的曲線。

螺旋線是黃用諏早期所研究的主要課題之一，在後來的歲月裡，他一次又一次將自己的興趣轉移到曲線理論方面來。他的部分成果儘管只是一些初步結論，但它們卻相當重要，並引起了人們廣泛的注意。

設 R^3 中的曲線 $\Gamma: x=x(s)$ 以其弧長 s 爲參數， $k_1=k_1(s)$ 與 $k_2=k_2(s)$ 分別表示其曲率與撓率。在微分幾何中常常需要找到 k_1,k_2 或 x 的導數滿足什麼樣的充分必要條件，以使曲線具有某種特定的性質。例如尋找曲線位於球面上的充分必要條件。這在通常情況下會牽涉到與微分方程式 $(k_2^{-1}(k_1^{-1})')'+k_2k_1^{-1}=0$ 有關的一些問題。遺憾的是，這種充分必要條件並不像它的精確形式所表現的那樣簡單。各種初等課本中的相關陳述要麼不完整，要麼不正確。困難在於以下事實，即 k_1 與 k_2 有可能在曲線的某些點，但並非所有點，消失爲零。1963 年，黃用諏的論文[31]給出了一個正確的闡釋，解決了這一難題。

1972 年，黃用諏在其論文[45]中，利用他對上述難題的解，並參考他人的研究成果，成功地獲得了 R^3 中的曲線 $\Gamma: x = x(s)$ 爲球面曲線的另一個充分必要條件。

有關球面曲線的主題於 1975 年再次得到貝舍普(R.L.Bishop)的關注，他對黃用諏的結論進行了進一步的幾何學探究。另外，克瑞斯齊格(E. Kreyszig)與培杜(A. Pendl)研究了仿射微分幾何學中球面曲線的類比。

黃用諏在對平面弧(plane arc)與螺旋弧(helical arc)的研究方面，也取得了重要進展。他在缺少附加條件 $x'' \neq 0$ 的情況下，討論了 R^3 中的曲線 $\Gamma: x = x(s)$ 爲平面弧或螺旋弧的充分必要條件。有關結論見載於他與黎翰飛(Hon-Fei Lai)合寫的論文[34]。

(四)

對曲線的專注自然引起他對子空間的興趣。1938-1940 年，在英國學習期間，黃用諏便開始研究黎曼空間的子空間。他那篇討論法內特公式(Fernet formulas)的論文[2]即是他在這方面所作的第一篇論文。1940 年至 1947 年，他在美國沿著這一方向繼續從事研究，並發表了一系列論文，涉及到補子空間(complementary subspaces)[9]，愛因斯坦空間(Einstein spaces)中的完全臍超曲面(totally umbilical hypersurfaces)[10]，保形歐氏空間的標度超曲面(scale hypersurfaces for conformal-Euclidean spaces)[14]，線匯(congruence)的擬正交標形(quasi- orthogonal ennuples)等。他這一時期的研究對於黎曼幾何學做出了重大貢獻。我們在此僅提及其中的兩個方面。

首先，讓我們著眼於將黎曼空間作爲超曲面嵌入愛因斯坦空間的問題。設 V_n 是具有確定或不定基本張量 g_{ij} 的 n 維黎曼空間；R, R_{ij} 和 R^h_{ijk} 分別是 g_{ij} 的純量曲率(scalar curvature)，黎森張量(Ricci tensor)和曲率張量(curvature tensor)。

黃用諏的論文[10]中有一條代表性定理，給出了具有基本張量 g_{ij} 的黎曼空間 V_n，作爲完全臍的但非全測地的超曲面之單變量族(one-parameter family)中的一員，可嵌入愛因斯坦空間 E_{n+1} 的充分必要條件。利用該定理，黃用諏證明了所有保形歐氏空間作爲完全臍超曲面單變量族之一員，可嵌入 $n+1$ 維愛因斯坦空間。這需要對保形歐氏空間的微分方程式體系做深入細緻的研究。黃用諏做到了這一點，並且最終獲得了此類保形歐氏空間的基本張量之標準型(canonical forms)。

現在，我們轉向線匯的擬正交標形這一問題。考慮黎曼空間 V_n，它具有未必正定的基本張量 g_{ij}。V_n 中線匯的經典概念等價於一個向量場。標形[即標架場(frame field)]是具有 n 個線性無關線匯的一個系統。若 g_{ij} 是正定的，則不存在零線匯(null congruences)，眾所周知，此時存在大量標形，其 n 個線匯相互正交。對這種標形，旋轉的黎森系數的最佳不變量方法(the elegant invariant method of Ricci's coefficient of rotation)非常有用，所以，通過使用適當的正交標形，可以極大地簡化對 V_n 中幾何問題的研究。然而，對於具有不定 g_{ij} 的黎曼空間 V_n，情況卻截然不同。在這種情況下，如果一個具有 n 個線匯的系統包含一些零線匯，那麼，這 n 個線匯便不可能相互正交且同時線性無關。具有零線匯的正交標形的不存在性，極大阻礙了對具有不定 g_{ij} 的 V_n 中的許多幾何問題的研究。

儘管在一些特殊問題的研究中，有些數學家[E. Vessiot (1905), J. Lense(1932) and E. Cartan (1937)]已經使用了由零線匯和非零線匯形成的標形，但對黎曼空間中這一課題的首次系統研究，還應歸功於黃用諏。他證明了任意給定的線性無關且相互正交的線匯的集，其一些線匯是非零的，一些是零線匯，如何能夠被正規化，完備化爲“擬正交標形”（這是一種特殊的標形，其線匯並非全部相互正交）。基於這種標形形成了一種不變量理論，該理論相當有用，尤其在處理帶有對稱張量的問題時。作爲一個例證，黃用諏仔細研究了 V_3 中的擬正交標形，並利用自己的結論，給出利瓦伊-西維塔問題(Levi-Civita, 1869)一個完全解。後來，在 1949 年，黃用諏的擬正交標形理論被羅玆(H.S. Ruse)用來研究 V_n 中的平行平面(parallel planes)問題。

(五)

黎曼空間 V_n 被稱作對稱的(symmetric)，如果 $R^h_{ijk,l} = 0$。在 20 世紀 40 年代，英國微分幾何學派(the British school of differential geometers)忙於探尋非對稱的“調和空間”。這種探索導致了 V_n 的一個新類被發現，即 K_n^* 空間，它是其曲率張量滿足某些特定條件的黎曼空間。K_n^* 的度量的標準型由羅玆和沃克爾(A.C. Walker)分別於 1950 年和 1951 年先後得到，從而使得爲期十年的關於 K_n^* 的研究漸近尾聲。

爲了深化對 K_n^* 空間的研究，黃用諏注意到，K_n^* 所滿足的那些條件對於仿射連通空間同樣有意義。他將滿足類似條件的，具有零撓率的仿射連通空間稱爲 AK_n^* 空間。如此一來，K_n^* 便成了 AK_n^* 的一個特殊類。

1935 年，黃用諏在其論文[20]中，詳細考查了羅玆與沃克爾的標準型。他發現，除一種簡單類型外的幾乎所有 K_n^*

，它們的黎曼聯絡在特許座標系(the previleged coordinate system)中的分量具有一種重要性質。這一發現促使他開始研究AK_n^*的一個特殊類SAK_n^*，其仿射聯絡的分量具有類似的性質。他通過確定仿射聯絡的標準型，找到了所有的SAK_n^*，這使他不僅重新獲得了近乎所有的K_n^*，而且得到許多非黎曼空間AK_n^*。

非黎曼空間的存在性被確定之後，下一個問題就是研究它們的特性。但令人遺憾的是，用以研究K_n^*的傳統的張量分析法並不適用於AK_n^*。這是因爲證明K_n^*上那些已知的結論需極大地依賴於曲率張量的標準型R_{hijk}，而這是非黎曼空間AK_n^*所不具備的。突破性進展在 60 年代初發生於黃用諏提出的微分流形上遞歸張量(recurrent tensor)的整體理論[27]。

1961 年，黃用諏證明了兩個定理，標誌著遞歸張量整體理論的一個重大進展。記與n維流形M相伴的$(n+n^2)$維流形爲FM，這是一個線性標架叢。黃用諏的第一個定理稱，線性聯絡連通流形M上的張量S是遞歸張量，當且僅當，其對應於FM上的函數集，受限於任何完整叢，無公共零點且與一個常量集成比例。利用該定理，S. Kobayashi 和 K. Nomizu (1963)證明，具有遞歸曲率張量的黎曼流形M，其限制線性完整群是不可約群，若其維數不小於 3，則曲率張量必然平行。

黃用諏的第二個定理給出M上的線性聯絡具有遞歸曲率或撓率張量的充分必要條件。結合該定理與(W. Ambrose)和 I.M. Singer 的有關定理，黃用諏後來證明，具有遞歸曲率的線性聯絡的完整代數，其維數至多爲$n(n-1)/2$。

繼此，黃用諏在其論文[30,32]中開始研究零撓率和遞歸曲率的線性聯絡。這或許可以看做是對遞歸AK_n^*空間的整體闡釋。我們現在就來介紹他在這方面的一些主要結論。

首先，他證明了對於零撓率和遞歸曲率的線性聯絡，完整代數的維數r滿足不等式$1\le r\le n-1$；此外，對於每個這樣的r，存在完整群之維數爲r的線性聯絡。其次，黃用諏找到了曲率張量的不同局部和整體分解。利用這些分解，他得到了如下結論：對於M上的零撓率和遞歸曲率的線性聯絡，黎森張量具有不超過 2 的常數秩。這爲此類線性聯絡給黎森張量加上了一個強的代數條件。

1962 年，黃用諏提出了有名的“黃用諏猜想”[30]：對於具有零撓率，遞歸曲率和非零遞歸餘向量(nonzero recurrence covector) W_l的線性聯絡，張量W_{ij}是(處處)對稱的，當且僅當，黎森張量R_{ij}(處處)對稱。

與此相聯係，黃用諏在論文[33]中還研究了當給定張量爲平行張量或遞歸張量時，線性聯絡在流形上的存在性。

(六)

歐氏空間R^n中的兩個n維平面被稱做相互等斜的(isoclinic)，如果一個平面中任何直線間的夾角與其在另一個平面上的投影直線間的夾角總保持相等。R^4中的 2 維等斜平面已深爲人知。1902 年，S. Kwietniewski 證明了如下定理：R^4中 2 維曲面的所有 2 維切平面均是等斜的，當且僅當，該曲面是$R-$曲面。該定理後來成了黃用諏一系列重要研究的起點：R^4中的曲面，R^{2n}中的n維等斜平面，赫威玆矩陣方程(the Hurwitz matrix equation)，橢圓$(2n-1)$維空間(Elliptic $(2n-1)$-spaces)中的克林福特平行面(Clifford parallel)，歐氏空間與僞歐氏空間中n維平面幾何，以及格拉斯曼流形(Grassmann manifold)與嘉當整環(Cartan domain)的微分幾何。以下將重點介紹這些主題中的重要結論。

在R^4中與曲面V_2的每個點相關聯的是一個曲率橢圓。1905 年，K. Kommerell 證明了$R-$曲面V_2中點p處的曲率橢圓是以p爲心的圓。1912 年，L.P. Eisenhart 證明了其逆命題同樣成立。從而該條件可以完全刻畫一個$R-$曲面，進而得知$R-$曲面是極小曲面(minimal surface)。類似的，我們可以通過曲率橢圓條件來定義常曲率(constant curvature)的 4 維空間S_4中的$R-$曲面。在他的論文[15]和[19]中，黃用諏對R^4和S_4中的曲面進行了廣泛研究，關於S_4中$R-$曲面獲得了大量精巧的結論。

雖然R^4中$R-$曲面的存在性有 Kwietniewski 的定理作保證，但我們還可以從另外的視角來處理該問題。事實上，使R^4中曲面的相鄰切平面(neighbouring tangent plane)爲等斜平面的條件可以通過一個偏微分方程組來表達，而$R-$曲面不過是該方程組的解。在相應的柯西問題(Cauchy problem)中，初始條件是R^4中具有 2 維相互等斜平面場的一條曲線。因此，了解這種具有平面場的曲線是否存在顯得尤爲重要。黃用諏在其論文[18]中給出了肯定的答案。

探索向高維情形推廣 Kwietniewski 定理，將黃用諏引向了以下問題：探尋R^{2n}中n維等斜平面的存在性；研究R^{2n}中是否存在n維子流形，其n維切平面均相互等斜；發掘這種子流形與多複變量函數之間可能存在的關係。

雖然歐氏空間中n維平面幾何早在 1875 年就得到了約當(Jordan)和其他數學家們的研究，但第一個問題直到 1961 年才被黃用諏通過構造性方法徹底解決。根據他的構造性定理，對於每個n，黃用諏能夠準確求出R^{2n}存在多少n維相互等

斜平面的非疊合 p 維極大集。

第一個問題的答案具有許多有趣的結果。其一可得後兩個問題的答案：$R^{2n}(n>2)$ 中具有等斜 n 維切平面的唯一 n 維子流形是 n 維平面。這一結論儘管令人失望，但卻一勞永逸地解決了後兩個問題。此外，還可以推得一些結論，關係到 R^{2n} 中 n 維相互等斜平面的 p 維極大集。具體細節，讀者可以參看黃用諏的美國數學會論文集[28]。至於 R^4 中 2 維等斜平面及其與 3 維橢圓空間 EL^3 中克林福特平行面之間的關係，有關理論的初步說明可以參看他新近出版的專著[49]。

(七)

黃用諏於 1961 年出版的論文集[28]，引起了三方面的進展。首先，J.A. Wolf (1963)將該論文集中的主要結論從實數域推廣到了複數域和四元數域，在所有情況下，對常橢圓度量投影空間中的克林福特平行子空間集進行了徹底分析。其次，J.A. Tyrrell 和 J.G. Semple (1971)各自先後基於複投影幾何在廣義克林福特平行性方面取得進展，深刻揭示了克林福特平行子空間集的構造與特性。此外，D.B.Shapiro 在他的論文"相似性與等斜平面"(Similarities and Isoclinic Planes)中，借助二次型的方式和相似性子空間的結論，研究了特徵數非 2 的任意域(arbitrary fields of characteristic not 2)上的等斜平面。另一方面，黃用諏自已在其論文[35, 38, 40—43]中，創立了一套處理歐氏和偽歐氏空間幾何，格拉斯曼流形和嘉當整環微分幾何的統一方法。

令 F 表示實數域 R，複數域 C，或實四元數域 H。歐氏空間 F^{n+m} 指 F 上的具有正定埃爾米特(Hermitian)內積的 $(n+m)$ 維(左)向量空間。在 F^{n+m} 上界定的 n 維平面的格拉斯曼流形爲 $G_n(F^{n+m})$。

嘉當(E. Cartan)已經知道，當 F 爲 R 或 C 時，每一個 $G_n(F^{n+m})$ 都具有不變格拉斯曼度量(invariant Riemannian metric)，除了 F 爲 R，且 $n=m=2$ 的情形，該度量在本質上是唯一的。這一點被 K. Leichtweiss 於 1961 年明確證明。黃用諏則從另一方面，對於 F 爲 R，C 或 H 的情形，給出了不變格拉斯曼度量一個更加幾何化的推導[35]，把 $G_n(F^{n+m})$ 幾何研究推向了前所未有的深度。

黃用諏計算 $G_n(F^{n+m})$ 上不變格拉斯曼度量所得的公式，極大簡化了對 $G_n(F^{n+m})$ 微分幾何的研究。例如通過計算弧長的初級變分，可以真正獲得測地線 $z=z(s)$ 的有限微分方程，進一步得到 $G_n(F^{n+m})$ 中曲線是測地線的充分必要條件。繼此之後，關於連接兩點的測地線段，閉測地線，非閉測地線的閉包，共軛軌跡等，還可以獲取大量有趣的結論[38]。黃用諏爲 $G_n(F^{n+m})$ 上不變格拉斯曼度量的曲率張量找到一個精確表述，這使得他能夠在論文[40]中求出 $G_n(F^{n+m})$ 的截面曲率的界(bounds of the sectional curvature)。詳細情況由於太過專業，在此不作討論。有關工作可以參看他的論著"歐氏和偽歐氏空間幾何與格拉斯曼流形及嘉當整環微分幾何"[50]。

(八)

最後，我們簡單介紹一下黃用諏新近關於 n 維微分流形 M 之切叢 TM 的工作[47, 48]，這是他與 E..M. Patterson 和莫錦屏共同工作的結果。1958 年，S. Sasaki 根據 M 上的黎曼度量在 TM 上構造了一種黎曼度量。自此，其他黎曼度量在 TM 上先後被構造出來，但始終缺少一般構造方法。

1976 年，黃用諏在 TM 上引入 $M-$張量和 $M-$聯絡概念，並藉以研究 TM 上的(0, 2)型和(1, 1)型對稱張量的構造。他的工作向我們提供了在 TM 上構造度量的一般方法，據此，TM 上原本已被認識到的所有度量都可以被重新得到。此外，借助 $M-$張量和 $M-$聯絡概念，以及矩陣符號表示法(the matrix notation)，我們可以像論文[47]所做的那樣，來闡釋和推廣 TM 上微分幾何中的許多概念和結論，並以更加簡潔的形式來表示它們。

黃用諏主要論著目錄

[1] Vector algebra and line geometry, (in Chinese), Sci. J., Sun Yat-Sen Univ. (1935).

[2] On the Frenet formulae for a V_m in a V_n, Quart. J. Math., Oxford Ser. 11(1940), 146-100. MR(Struik) 2-20.

[3] On a certain matrix occurring in the theory of helices, J . London Math. Soc. 15(1940), 168-172. MR(Struik) 2-164.

[4] On the principal directions of a tensor, J. London Math. Soc. 15(1940) , 175-182. MR(Struik) 2-164.

[5] On two linear vector spaces associated with a vector in an L_n, Proc. Edinburgh Math. Soc.(2) 6(1940), 172-175. MR(Struik) 2-166.

[6] Generalized helices in an ordinary V_n, Proc . Cambridge Philos . Soc . 37(1941), 14-28. MR(Sbrudk) 2-302.

[7] On the generalized helices of Hayden and Syptak in an n-space, Proc. Cambridge Philos. Soc. 37(1941),229-243. MR(Grove) 3-18.

[8] Some properties of the triangle, Amer. Math . Monthly, 48(1941), 530- 535. MR 3-85 (Reference listed but no review of paper).

[9] A note on complementary subspaces in a Riemannian space, Bull. Amer. Math. Soc. 49(1943), 120-125. MR(Struik) 4-258.

[10] Family of totally umbilical hypersurfaces in an Einstein space, Ann. of Math. 44(1943), 271-297. MR(Struik) 4-258.

[11] Some Einstein spaces with conformally separable fundamental tensors, Trans. Amer. Math. Soc. 53(1943), 157-194. MR(Struik) 4-258.

[12] Quasi-orthogonal ennuple of congruences in a Riemannian space, Ann. of Math. 46(1945), 158-173. MR(Grove) 6-188.

[13] A note on the first normal space of a V_m in an R_n, Bull. Amer. Math. Soc. 51(1945), 997-1000. MR(Struik) 7-482.
[14] Scale hypersurfaces for conformal-Euclidean space, Amer. J. Math. 68(1946) 263-272. MR(De Cicco) 7-482.
[15] Contributions to the theory of surfaces in a 4-space of constant curvature, Trans. Amer. Math. Soc. 59(1946), 467-507. MR (Lichnerowicz) 7-529.
[16] Some theorem on an Einstein 4-space, Duke Math. J. 13(1946),001-610. MR(Fialkow) 8-351.
[17] On a generalized equiangular spiral, Sci. J. (new series), Sun Yat-Sen Univ. 1(1948), 1-7.
[18] Fields of isocline tangent planes along a curve in a Euclidean 4-space, Tôhoku Math. J. 2nd series, 3(1951), 322, 239. MR(Lichnerowicz) 14-85.
[19] A new curvature theory for surfaces in a Euclidean 4- space, Comment. Math. Helv. 26(1952), 152-170. MR(Allendoerfer) 14-583.

[20] A class of non-Riemannian K^* -spaces, Proc. London Math. Soc. (3) 3(1953), 118-128. MR(A.G.Walker) 15-254.
[21] Fields of parallel planes in affinely connected spaces, Quart. J. Math. Oxford (2), 4(1953), 241-253. MR(A.G. Walker) 15-899.
[22] A note on Levine's papers: 'Fields of parallel vectors in projectively flat spaces', Duke Math. J. 20(1953), 119-126. MR(Hlavaty) 14-688.
[23] Subflat affinely connected spaces, Proc. International Mathematical Congress, Amsterdam, Sept., 1954, Vol. 2, 266-267.
[24] A theorem in plane geometry, Spectrum, University of Hong Kong(1957), (in Chinese).
[25] Clifford parallels in elliptic $(2n-1)$ -space and isoclinic n-planes in Euclidean $2n$ -space, Bull. Amer. Math. Soc. 66(1960),289-293. MR22 #8430.
[26] Projectively flat spaces with recurrent curvature (With K. Yano), Comment. Math. Helv. 35(1961), 223-232. MR23, #A2162.
[27] Recurrent tensors on a linearly connected differentiable manifold, Trans. Math. Soc. 99(1961), 325-341. MR22, # 12485.
[28] Isoclinic n -planes in Euclidean $2n$ -space, Clifford parallels in elliptic $(2n-1)$ -space, and the Hurwiz matrix equations, Amer. Math. Soc. Memoir No. 41, 112 pages(1961), 2nd printing with corrections and minor changes, 118 pages(1971) MR26, #2968, MR52, #4192.
[29] Linear connections and quasi-connections on a differentiable manifold, Tôhoku Math. J. 2nd series 14(1962), 48-63. MR25, #2547.
[30] Linear connexions with zero torsion and recurrent curvature, Trans. Amer. Math. Soc. 102(1962), 471-506. MR24, #A3601.
[31] A global formulation of the condition for a curve to lie in a sphere, Monatsh Math. 67(1963), 363-365. MR27, #5173.
[32] Two dimensional linear connexions with zero torsion and recurrent curvature, Monatsh Math. 68(1964), 176-184. MR30, #4221(Yano).
[33] Existence of linear connections with respect to which given tensor fields are parallel or recurrent, Nagoya Math. J. 24(1964), 67-108. MR 30, #4222. (A. Geotz. Wroclaw).
[34] A critical examination of the theory of curves in three dimensional differential geometry (With Hon-Fei Lai), Tôhoku Math. J. 2nd Ser. 19(1967), 1-31. MR 35, #4825 (D. Laugwitz (Darmstadt)).
[35] Differential geometry of Grassmann manifolds, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 57(1967), 589-594. MR 35, #7266 (K. Nomizu (Providence, R.I.)).
[36] An elementary and simple proof of the connectedness of the classical groups (With Yik-Hoi Au-Yeung), Amer. Math. Monthly, 74(1967), 964-966. MR 36, # 5261 (J.G. Home) (Athens, Ga.)).
[37] On H. S. Ruse's theorems concerning parallel fields of planes on a Riemannian space with indefinite metric, Proc. Amer. Math. Soc. 18(1967), 892-897. MR35, #6099 (A.G. Walker (Liverpool)).
[38] Conjugate loci in Grassmann manifolds, Bull, Amer. Math. Soc. 74(1968) , 240-245. MR36, #3285 (K. Nomizu (Providence, R.I.)).
[39] Some extensions of the Douglas-Neumann theorem for concentric polygons, Amer. Math. Monthly, 75(1968), 470-482. M37 #5766 (H. Busemann (Los Angeles, Calif.)).
[40] Sectional curvatures of Grassmann manifolds, Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A. 60(1968), 75-79. MR37 #4747 (R.L. Bishop (Urbana, Ill.)).
[41] Euclidean n- planes in pseudo- Euclidean spaces and differential geometry of Cartan domains, Bull. Amer. Math. Soc. 75(1969), 409-414. MR40, #4882 (S. Murakami (Osaka)).
[42] On a class of Schubert varieties, J. of Differential Geometry (1) 4(1970), 37-51. MR41, #9297 (R.L. Bishop (Urbana, Ill.)).
[43] On the lengths and the numbers of congruence classes of closed geodesics in Grassmann manifolds (With S.H. Young), Tôhoku Math. J., (4)22 (Dec. 1970), 604-612. MR43, #6944 (R.L. Bishop (Urbana, Ill.)).
[44] Frenet formulas for curves in real, complex and quaternionic euclidean spaces, Differential Geometry-In Honour of Kentaro Yano, Kinokuniya Co., Tokyo (1972), 525-541. MR 50, #14529, ZB 245, #53002 (author) (from author) 236, #53004, ZB 258, # 53004.
[45] On an Explicit Characterization of Spherical Curves, Proc. of the Amer. Math. Soc., 34(1972), 239-242. MR 45, #4292, M 47, #964 (Erratum).
[46] A theorem on affinely connected spaces admitting parallel vector field and parallel 1-forms, forms, Tensor 26(1972), 373-389. (Commemoration Vol. III for Professor Akitsugu Kawaguchi).MR 49, # 1359, ZB 267, # 53006 (K.L. Duggal) .
[47] Connections and M-tensors on the tangent bundle TM (With K. P. Mok) Topics in Differential Geometry, pp. 157-172, edited by H. Rund and W. F. Forbes, Academic Press (1976). MR 53, # 11532 (F. Brickell), ZB 335, # 53020 (E. Hell).
[48] Structures of symmetric tensors of type $(0,2)$ and tensors of type $(1,1)$ on the tangent bundle, (With K. P. Mok and E. M. Patterson), Transactions of the American Mathematical Society, 234 (1977), 253-278. ZB 334, # 53039 (The Authors).
[49] Linear Geometry in Euclidean 4-space, Southeast Asian Mathematical Society Monograph No.1 (1977), 217.
[50] Geometry of n-Planes in Euclidean and Pseudo-Euclidean Spaces and Differential Geometry of Grassmann Manifolds and Cartan Domain (a monograph with an Appendix. By Joseph A. Wolf), unpublished.
[51] Some views on geometry courses in school and university, Proceedings of the First Southeast Asian Conference on Mathematical Education, May 29-June 2, 1978-Mathematics in the Philippines, No.3(1979), 156-162.
[52] A strong converse of Morley's trisector theorem (with K.M. Tsang), American Mathematical Monthly, 89(1982), 642-653.
[53] Isoclinic n -planes in R^{2n} and the Hopf-Steenrod sphere bundles $S^{2n-1} \to S^n, n = 2,4,8$ (with K. P. Mok) , L' Enseignment Mathematique, 34(1988), 167-204.
[54] Normally related n-planes and isoclinic n-planes in R^{2n} and strongly independent matrices of order n (with K. P. Mok) , Linear Algebra and its Applications, 139(1990), 31-52.
[55] My Early Life, 1913-1948, *Five Decades as a Mathematician and Educator*, pp.1-12, edited by Kai-Yuen Chan and Ming-Chit Liu, and published by World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, 1995.

---

* 本文由香港大學蕭文強(SIU Man Keung)教授於2001年3月提供。原載Southeast Asian Mathematical Bulletin, vol. 3, No. 2(1979), pp. 61-80。題為PROFESSOR YUNG-CHOW WONG AND HIS MATHEMATICAL WORK: Dedicated to Professor Yung-Chow Wong on his 65th birthday。作者莫錦屏(Kam-Ping Mok)博士，現已移居澳大利亞多年。王輝翻譯並作了部分刪節與改寫。在籌組本稿過程中，蕭文強教授出力甚多，在此深表感謝。— 編者、譯者

註：[51-55]由蕭文強教授提供，係黃用諏近作。其中文[55]由王輝翻譯，附於後。

我的早期生活，1913-1948

我於 1913 年 6 月 2 日出生於中國廣州。我的父親(已故)黃式漁，字樵仲，那時是廣東高等師範大學*的文學與歷史學教授。我 7 歲時，開始在座落於校園內部的師範附小上學。我的父親 57 歲時去世，那時，我正讀小學三年級。僅僅只是通過他去世後留下來的書籍和論文，我才了解到，他是一位傑出的學者和多才多藝的人。

我繼續著自己的學習，並順利地升學到六年級。1925 年，我小學畢業。在那些歲月裡，有一件事令我終生難忘。即一次算術測驗過後兩天，老師把我叫到了他的辦公室，問我解決其中一道試題的方法是怎樣想出來的，因為這種方法很不尋常。我自然為此感到特別高興，並為有這樣一位老師而頗感幸運。

小學畢業以後，我進入中學繼續學習。直到三年級，什麼有趣的事情也沒有發生。那時在校的人們都傳言，幾何老師歐維筱(字利訔)既慈祥又嚴厲，他講課時，班上的學生們表現得特別好，甚至不敢弄出一點聲響。當我讀到三年級，並聽講他的平面幾何課時，才的的確確地感到此言不假。此外，他還可以徒手在黑板上畫出完美的幾何圖形，如平行四邊形、三角形的內切圓與外接圓等。這給我留下了深刻的印象。在當時的第一次測驗中，我在班上取得了最好成績。受此鼓舞，我變得對幾何很感興趣。那個學期末，我請歐先生推薦一些幾何方面的高等讀本給我看。

初中三年級結束後，我通過入學考試跳過一級，到兩年制大學預科學習。我那時已下定決心上大學後專攻數學，所以，我開始自修大學預科的數學課程。這使得我在預科的第一年裡無須再學數學。但因必須聽講所有的課程，我常常在老師不注意的時候溜出教室，去附近的一所娛樂室打乒乓球。儘管老師一定有所發現，但我從未因此而受到責罰，原因在於，我總能按時上交作業。並在所有的測驗中取得高分。

1931 年，我考入中山大學，在數學天文系學習數學。我們班只有四名學生，而且只有我和另一名學生選擇了數學專業。另一方面，系上有四位數學教授：何衍璿、劉俊賢、袁武烈、胡金昌。他們都是非常優秀的老師。其中前三位在法國取得了高等學位，後一位在美國加州大學獲得博士學位，其專業是射影微分幾何。除了所有的必修課，我還選擇了兩門選修課，即由胡教授講授的線幾何(line geometry)與非歐幾何(non-Euclidean geometry)。

1934 年夏，中山大學數學系為廣州的高中數學老師組織了一個進修班。在劉教授講授的一次課上，一名學生提出一個平面幾何方面的問題，而劉教授並不知道其答案。由於他知道我擅長於此，便請我幫忙。我替他解決了這個問題。稍後，他對我說："我下次上課時，你隨我來，將你的解法親自講給學生們聽。"於是，我就照他的要求做了。當我那天走進教室時，學生們都因我的年輕而感到驚奇。後來，劉教授給了我 18 塊銀元，並說那是他講一小時課所能得到的報酬。

有些英文數學書有中文譯本。在讀大學一年級時，我選擇了兩三本英文數學書，並將它們的中文譯本與其並排擺放，對照著自學如何閱讀英文數學書。同樣，由於有些參考書是用法文或德文寫成的，所以我在二、三和四年級時選修了一些法語和德語課，這使得我也能夠閱讀法文版和德文版的數學書。

對我而言，數學學習是一種享受，而非艱苦之事，因為，在難題被成功解決時，我感到特別興奮和快樂。由於這一原因，我不畏艱難，刻苦學習，在所有考試中取得了很好的成績。因此，我無須交納學費，而且，1935 年畢業之時，還被授予優學獎和論文獎。我的論文題為"向量線位標及相配一次線叢"(Vector Line Co-ordinates and Conjugate Line Congruences)，後來發表於中山大學的《自然科學》(Journal of Natural Science)。

---

* 這所大學始建於 1924 年，其創建者孫文(字逸仙，號中山)先生也是中國革命運動的創始人。為了紀念他，該校在 1926 年被更名為中山大學。

1935 年 6 月的畢業典禮之後，我很快就成了數學系的一名助教。我的任務是爲袁武烈教授所開微分方程課批改學生們的作業，同時講授高中三年級的解析幾何課。另外，受袁教授推薦，在 1935 年 9 月到 1937 年 6 月的兩年間，我也在廣東省陸地測量學校講課。學校裡的學生們來自廣東省的各個城市，他們的素質大都比較高。我在那裡講授的課程是球面三角(Spherical Trigonometry)和最小二乘法(Method of Least Squares)。我自己以前並未學習過這兩門課程，袁教授對此深有了解。但這顯示了他對我的信任與期望，而我也沒有令他失望。兩個月後，學生們開始稱我爲“小博士”，因爲他們覺得我很年輕，但知識卻很豐富。

1938 年 6 月，我到香港參加一個爲期 3 天的考試，力爭獲取中英庚款留英公費獎學金。那一年，關於該獎學金的競爭在中國的五個城市同時展開。由於我所居住的廣州幾乎每天都要受到日本戰機的轟炸，原設於此的賽場後來被改設於香港的香港大學。來到香港的 54 位考生被安置在大學裡的三個學生公寓住宿:Lugard, Eliot 和 May。考試在 Eu Tong Sen(余東璇)體育館(現已被拆毀)舉行，那裡現在矗立的是主圖書館(the Main Library)大樓。考生們必須連續 3 天完成 6 個長達 3 小時的考試。數學試卷考查代數、幾何、分析和理論力學，此外就是英語和漢語。監考官是(已故)著名學者和外交家葉恭綽先生，他也是庚款基金管理委員會的委員。

這是我第一次涉足香港大學的校園，我那時並沒有想到，十年後，我還會重回此地，成爲這所大學在戰後的第一位數學教授。

我在考試結束後隨即返回了廣州。1938 年 9 月 5 日，考試結果被中國的幾大報刊所公佈，我極其高興地獲知，我已贏得唯一的數學獎學金。與此同時，我收到一封來自重慶(戰時中國的臨時首都)的電報，指令我應儘快趕往香港，爲英國之行做好準備。

這樣，各學科的 21 位獎學金獲得者都集合到了香港。逗留香港期間，我們忙於製作西式服裝(一件夏裝和一件冬裝)與外套大衣，這都是我以前不曾穿過的。同時，我們被邀請參加一些會議，講話的人告訴我們到英國時該做什麼和不該做什麼。隨後，我們受邀與香港大學的副校長 Duncan J. Sloss 博士一起品茶，並應學生會之請共進晚餐。我仍然清楚地記得晚餐後拍照時鎂光燈所噴出的濃濃白煙。

與此同時，旅行及其他文件從重慶送到了我們手裡。最終，在 1938 年 9 月 17 日，我們登上一艘 P&O 航船 CHITRAL 號，開始了通往英國的航程。航船沿途停泊過一些地方，包括仰光(Rangoon)、新加坡(Singapore)、錫蘭(Ceylon)、孟買(Bombay)，然後通過地中海到達法國的馬賽(Marseilles)。從那裡，我們乘火車到達巴黎(Paris)，隨之搭乘配合船班次載運船客的火車到達英國的多佛(Dover)，最後乘火車從多佛到倫敦(London)。

我們到達倫敦時，大約已是 10 月中旬。有生第一次，我看見白雪從天上飄下。大約一周之後，我從無線廣播中獲知，廣州已經落入日軍之手。此後，我與家人失去聯系近乎達兩年之久。

在倫敦，對庚款留學生的管理歸屬於倫敦的大學中國委員會(the Universities China Committee in London)，它位於 W.C.1 倫敦 Gower St. 的中國研究所(the China Institute in Gower St., London, W.C.1)。管理委員會(the Board of Trustees)建議我去劍橋大學(Cambridge University)學習數學，所以我前往劍橋造訪(爵士)William V.D. Hodge 教授，並討論在其指導下攻讀博士學位的可能性。得知我很想專門研究張量分析(Tensor Analysis)和微分幾何學(Differential Geometry)後，他建議我返回倫敦，與倫敦大學國王學院(King's College, University of London)的 E.T. Davies 博士商討此事(Davies 博士那時是國王學院的一名講師，他曾與 Levi-Civita 一起在意大利研究過 Ricci 微積分)。

見到 Davies 博士之後，我給他看了我在中山大學的論文副本，並把我的想法告訴了他。他很快就將我接收爲研究生，並讓我研讀 H.A. Hayden 所寫的一些有關廣義螺旋線(generalized helices)的論文，L.P. Eisenbart 所寫的名爲 Riemannian Geometry 的專著，以及 J.A. Schouten 和 D.J.Struik 所寫的兩卷本 Einführung in die neuren Methoden der differential Geometrie，其中第一卷出版於 1935 年，第二卷出

版於 1938 年，即我來倫敦前不久。除了研讀這些論文與專著之外，我在國王學院還參加了代數、分析及相對論方面的課程學習。

那時，第二次世界大戰即將爆發。1939 年 9 月 3 日，法國與英國向(納粹)德國宣戰。不久，德國戰機開始飛越英吉利海峽(the English Channel)，轟炸倫敦和考文垂(Coventry)。如同預料的那樣，戰爭不可能很快結束。倫敦大學的權力部門決定將(倫敦大學的)國王學院遷往英國西部(布里斯託爾)的布里斯託爾大學(the University of Bristol)校內。我隨國王學院一起遷到布里斯託爾，Davies 博士則返回了他在威爾士(Wales)的家鄉，距離布里斯託爾不算很遠。但他每月會到布里斯託爾大學來一次，了解我的研究進展情況。通過那時的獨立工作，我很快在廣義螺旋線研究方面得出一些重要結論。

Davies 給了我很大幫助。他教我如何撰寫好一篇論文，如何向不同期刊雜誌投稿，以期獲准發表。由於我還得爲自己的博士學位完成一篇論文，而且找人替我打印論文將是一件十分昂貴且困難的事，所以，我買了一台很小的便攜式打字機，並學著自己打字。在 1940 年，我有 4 篇論文被以下雜誌接收發表：*Journal of the London Mathematics Society, Quarterly Journal of Mathematics* (*Oxford series*) 和 *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*。

我的博士學位論文題爲“黎曼空間的廣義螺旋線”(Generalized helices in Riemannian space)，是與我寫的另一篇論文一起被提交的。大學裡的權力部門免除了我的口頭答辯，因爲在那時，請兩位校外主審[利物浦(Liverpool)的 A.G. Walker 教授和里玆(Leeds)的 H.S. Ruse 教授]來到布里斯託爾並非易事，況且，他們對我的工作已經熟悉。此後不久，我被通知已經滿足了申請博士學位的所有必要條件，所以我可以在任何時候離開英國。按照慣例，申請博士學位者必須能夠讀懂德文和法文的數學書籍與論文。幸運的是，我在到英國之前已經做到了這一點。這是 1940 年 6 月的事，這樣，我僅花費了一年零九個月便在倫敦大學取得了博士學位。

由於我的庚款獎學金爲期 3 年，而我用了不到兩年時間便完成了攻讀博士學位的工作，所以，我獲得特許去美國度過第三年。1940 年 9 月，我從利物浦搭乘商業航船離開英國，前往美國。後來得知，這是戰爭結束前橫渡大西洋的最後一艘商業航船。在那時，德國的潛水艇，通常也被人們稱爲 U-boat，正出沒並橫行於大西洋中。我所乘坐的航船不得不接受護衛驅逐艦的護送。在整個航程中，旅客們只得全天 24 小時地穿著救生衣。告訴人們德國潛水艇就在附近的假警報偶爾響起，航船只好做“之”字形急轉，以求躲避。大約四周之後，我們終於安全抵達紐約。

數日之後，我去新澤西州普林斯頓(Princeton , New Jersey)的普林斯頓大學(Princeton University)拜會 L.P. Eisenhart 教授，我曾研讀過他的專著 Riemannian Geometry。我作爲訪問學者在普林斯頓逗留了半年。在此期間，我繼續從事自己的研究，並定期參加他們每周的研討會。

那時，我得知 D.J. Struik 教授正在麻省理工學院(Massachusetts Institute of Technology)，便寫信告訴他，我願意去麻省理工學院做研究。他回信說，他將十分高興請我去學院作客。稍後，當我見到他時，他告訴我，他剛剛向《數學評論》(Mathematical Reviews)介紹過我的一些論文。

然後，他說:"我必須帶你去見 Norbert Wiener 教授，否則，他永遠都不會原諒我。"於是，他把我帶到了 Wiener 教授的辦公室。Wiener 一見到我，便用中國話說：“歡迎你。我的漢語不是很好，因爲我不知道你要來，所以最近不曾練習我的漢語。”原來，在不久以前，他應自己以前的學生之邀，曾在北京的燕京大學(Yenching University)生活過半年。在那裡，他學會講一些中國話，並爲此感到十分自豪。

我在麻省理工學院與 Struik 教授一起工作了 2 年半(1941-1943)，獲益匪淺，他給了我許多幫助與建議。到 1941 年 9 月，我的爲時 3 年的庚款獎學金已經到了截止日期，我應該回中國去。但我不能這樣做，因爲太平洋戰爭已經爆發，中國正經受著日軍的蹂躪。更糟糕的是，我很快發覺自己無法找到任何付酬工作，因爲我只有一份學生簽證，而缺少工作許可證。[1941 年 12 月 7 日，星期天，我在麻省理工學院。日本戰機一路飛越太平洋，偷襲夏威夷島的珍珠港，炸毀了美國太平洋艦隊。第二天，

美國總統羅斯福(Franklin D. Roosevelt)宣稱 12 月 7 日爲國恥日(a date which will live in infamy)，美國國會向日本宣戰。12 月 11 日，德意日同盟國向美國宣戰，美國國會對此做出了回應。]

根據 Struik 教授的建議，我四處尋找某種博士後獎學金。我發現只有兩所大學提供這種獎學金：一所是俄亥俄州立大學(Ohio State University)，另一所是位於費城(Philadelphia, Pa.)的賓夕法尼亞大學(University of Pennsylvania)。我向兩所大學都遞交了申請，但未能獲得俄亥俄州立大學的資助。他們客氣地答覆說，我是他們篩定的兩位候選人之一，但要做出最後的決定還需要時間。

幸運的是，我收到一份令人歡喜的來自賓夕法尼亞大學的回函，向我提供一份哈利生研究基金(Harrison Fellowship)。儘管賓夕法尼亞大學在數學方面只有一個相當小的研究隊伍，但卻包括幾位非常傑出的人物，如 John R. Kline, Hans Rademacher，和 A. Zygmund。

1943 年，當我到達賓夕法尼亞大學時，我發現著名的匈牙利數學家 Paul Erdös 也是一位哈利生基金研究成員(Harrison Research Fellow)。他正在作第二年研究，而我只是第一年。我們經常見面，有時還在大學附近的一家意大利餐館共進午餐。進餐中間，Erdös 常會一言不發地站起來，搓著手在走廊上來回走動，時而還跳一兩步。見過他的女招待和其他顧客都很想知道他在做什麼，但出於禮貌不便尋問。事實上，他正在思考許多有趣的數學問題。

在賓夕法尼亞大學數學系，有一個由 H. Rademacher 主持的研討班(pro-seminar)，其中有大部份研究生和部份教員參加。在這些討論班上，參與者被指定研讀一些原始論文，然後向全班作匯報。Rademacher 和其他參與者將對其進行評述和補充。我發現這種討論班對於研究生們閱讀原始論文並寫出自己的論文非常有益。(到香港大學後，我曾在數學系組織過一個水平些微偏低的討論班。)

正是在賓夕法尼亞大學的日子裡，我才第一次遇見了陳省身教授，他當時作了一個關於“廣義高斯-邦尼公式”(Generalized Gauss-Bonnet formula)的學術報告。儘管我們早已熟知對方的姓名，但到那時我們才首次相識。此後，我們成了非常要好的朋友，他在數學及其他方面都給了我許多幫助。事實上，主要是通過他，我才能夠在普林斯頓高等研究院(1958)、芝加哥大學(1959)和加州大學洛杉磯分校與伯克利分校(1966-1967)，分別度過我在香港大學的一些長假。

我拿了兩年的哈利生獎學金，1943-1945。之後，數學系主任 John R. Kline 教授請我講授部分基礎課程。但在我開始工作之前，他對我說：“Perry A. Caris 教授是一位非常出色的老師，我建議你到他的班上先做些觀察。”感謝他使我懂得，學習如何講課的最好的方法之一就是去觀察工作中的大師們。

1945 年 8 月 6 日，美國飛機在日本廣島投下一顆原子彈。三天之後，第二枚原子彈落在日本長崎。超過 150000 人被殺或受到致命的傷害。8 月 14 日，日本政府同意無條件投降。這樣，在經過了近四年殘酷殺戮和廣泛毀壞之後，太平洋戰爭終告結束。

1945 年 9 月，賓夕法尼亞大學突然出現了比通常多出許多的學生。這是因爲第二次世界大戰剛剛結束，根據“G.I. Bill of Rights”，歸來的大量美國士兵有權接受免費的大學教育。由於上課的學生數量很大，每門課程不得不分成幾個班進行講授，每班約有四十名學生。我承擔了兩個班的教學任務。顯然，學生們很喜歡我的教學方式，因爲很多人都想來我的班上聽課。

1945 年 11 月 30 日，我與陳桑蓮(Shong-Lin Bow)結成夫妻，她是出生在美國的一位華人，曾在伯利亞學院(Berea College)就讀研究生。我們結婚時，她是賓夕法尼亞州的賓夕法尼亞醫院研究所(Institute of the Pennsylvania Hospital)的職業臨床醫學家(occupational therapist)。能娶她爲妻，是我極大的幸運，因爲她一直以來，都是我的好幫手。

1947 年，在經過兩年教學工作之後，我非常想回中國，因爲我於 1938 年首次離開中國後，已有九年沒有看見母親和家人了。

我打算回國的消息一傳出，便收到了天津的南開大學、北京的清華大學和昆明的雲南大學，同時也包括我的母校廣州的中山大學所提供的教授職位。經過仔細考慮，我決定接受中山大學的邀請，

因爲那裡還有我以前的一些老師，而且我還可以同家人團聚。

了解到中山大學圖書館的圖書與期刊雜誌在數學方面館藏不多，我從普林斯頓大學訂購了 100 多套數學方面的縮微膠片副本，從美國數學會訂購了一部縮微膠片閱讀儀，寄往廣州。

經過近兩個月的準備工作，我們已準備好在 1947 年 9 月動身回國。我們那時可以搭乘的唯一航船是一艘經過改裝的運兵船，被稱爲“S.S. Marine Lynx.”。我們先是在紐約登上航船，從大西洋經巴拿馬運河航行至太平洋，抵達美國西海岸的洛杉磯，隨後穿越太平洋，到達中國的上海。我們在上海停留了一天。此間，陳省身教授邀請我們吃午餐。那是我們第一次吃川菜，比我們在船上所吃的食品味道好多了。整個航程花費了一個多月時間。我們很多人在路上都有點暈船。

到達廣州不久，我接到一條好消息，我已經被倫敦大學授予科學博士學位。

我們在廣州生活了近一年。發覺那裡的條件非常艱苦，而且看不到未來有多大希望，我們開始考慮重返美國。1948 年 6 月，我們在香港的報紙《南華早報》(South China Morning Post)上看到，香港大學正在招聘戰後第一位數學教授。

我寫了申請。經過約兩個月的等待，和在香港由 Duncan J. Sloss 博士主持的一次面試，我被任命爲數學教授。Duncan J. Sloss 博士在 1937-1949 年間任香港大學的校長。1938 年，在動身去英國前，我曾與他有過短暫的會面。

很高興能來到香港大學，因爲超過 90%的學生都是中國人，而且我還能夠爲香港和中國多做一些事情。回首往事，我倍感幸運，在從事自己最熱愛的工作中，我基本上算是成功的。

簡歷

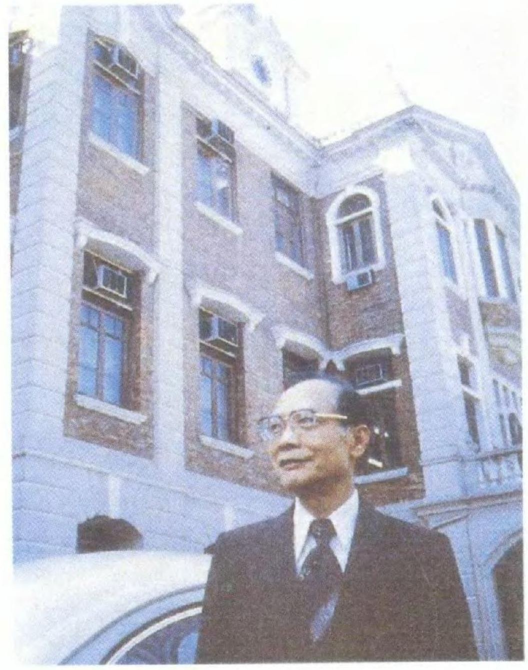
1913年6月2日	出生於廣東省廣州市。
1931-1935年	中山大學數學天文系,獲理學士學位。
1935-1938年	任中山大學助教。
1938年	考取中英庚款留英公費獎學金,赴英國深造。
1940年	獲倫敦大學哲學博士學位。
1940-1947年	先後在美國的普林斯頓大學,麻省理工學院及賓夕法尼亞大學做研究及教學。
1947年	獲倫敦大學科學博士學位。
1947-1948年	任中山大學教授。
1948-1976年	任香港大學講座教授,其中絕大部分時間兼任系主任。
1950-1953年	任香港大學工程學院院長。
1958-1959年	任美國普林斯頓高等研究院訪問研究員及在芝加哥大學做研究。
1959-1963年	任香港專上學院統一文憑委員會主席。
1963-1966年	任香港大學副校長。
1964-1991年	任香港中文大學校董。
1966-1967年	赴美國加州大學,柏克萊及洛杉磯分校做研究。
1968年	獲香港大學榮譽科學博士學位。
1970年	分別赴加拿大之加格利大學及美國之夏威夷大學做研究。
1972-1974年	東南亞數學學會的創會會長。
1976-至今	香港大學數學系榮休教授。
1979年	獲香港中文大學榮譽文學博士學位。
1979-至今	香港數學會榮譽會長。

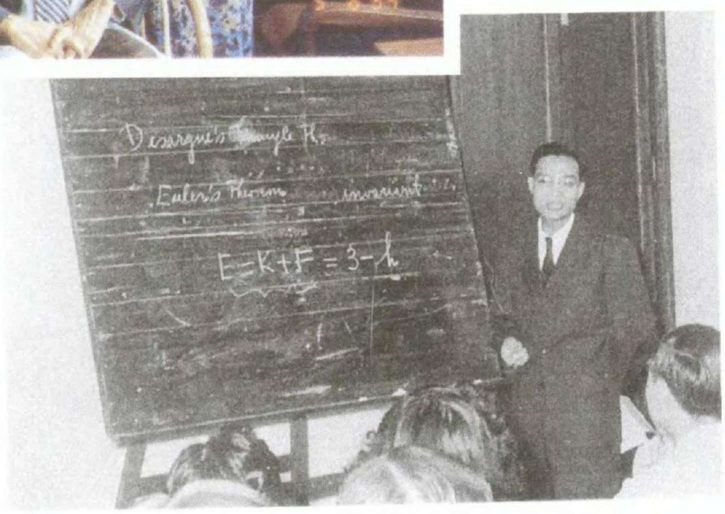
May 31, 2003

Lecture Theatre A, Chow Yei Ching Building, HKU

Organizing Committee: S.C.K. Chu, M.K. Siu, K.M. Tsang, N.K. Tsing

Department of Mathematics, HKU




Euler's theorem


中大
黃用諏